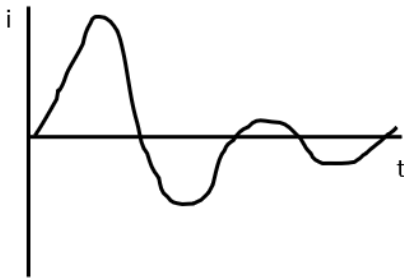


## Téma č. 13 - Střídavé proudy, vznik, časový průběh, základní pojmy a hodnoty

### Střídavé proudy

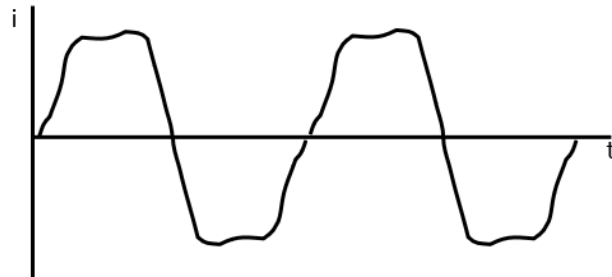
- vznik, časový průběh
  - Střídavý proud je definován, jako elektrický proud, jehož velikost i smysl se s časem mění.
  - Střídavý proud lze znázornit vždy časovým průběhem ( $I=f(t)$ ,  $U=f(t)$ ,  $P=f(t)$ , ...), případně ve většině případů i pomocí matematické funkce.

Základní rozdělení střídavých proudů:



#### aperiodický průběh

perioda i velikost proudu se mění



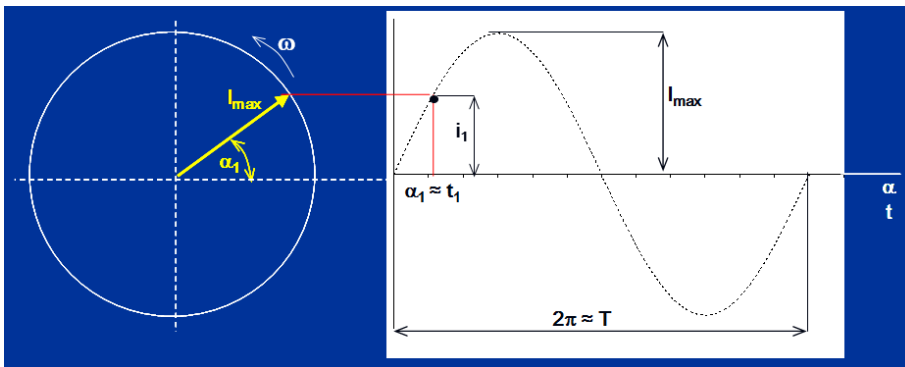
#### periodický průběh

perioda i velikost proudu je konstantní

Aperiodický průběh je typický pro přechodové děje (zapnutí, porucha), jeho matematické vyjádření je náročnější

Harmonický (sinusový) průběh lze popsat jednoduše pomocí matematické funkce sinus – 1. (základní) harmonická.

- okamžitá hodnota proudu  $i_1$  pro úhel  $\alpha_1$ , převod do časové osy



Okamžitá hodnota proudu  $i_1$  pro úhel  $\alpha_1$ :  $i_1(\alpha_1) = I_{\max} * \sin \alpha_1$

- V elektrotechnice se nevyjadřuje průběh harmonické veličiny v závislosti na úhlu, ale na čase  $\Rightarrow$  průběh je třeba převést do časové osy.
- Jedna perioda  $T$  odpovídá úhlu  $2\pi$ , úhel  $\alpha_1$  odpovídá okamžité hodnotě času  $t_1 \Rightarrow$  poměr  $\alpha_1/2\pi$  musí odpovídat poměru  $t_1/T$

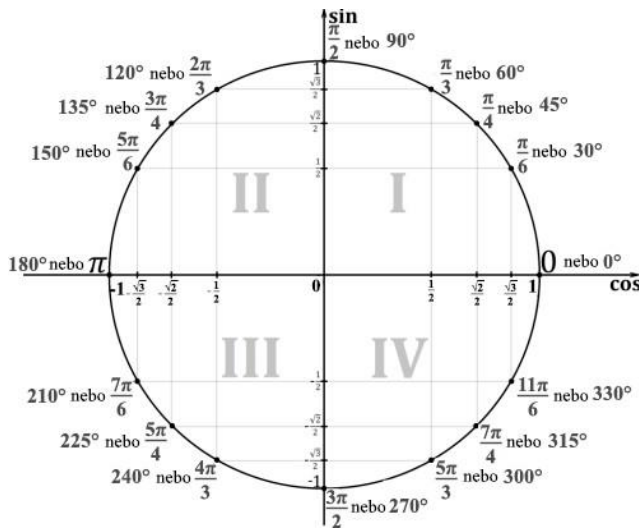
Vyjádření úhlu  $\alpha_1$ :  $\alpha_1 = \frac{2 * \pi}{T} * t_1 = \omega * t_1$  kde  $\omega$  je úhlová rychlost (rad/s  $\sim$  1/s)

- úhlová rychlost
  - Úhlová rychlost  $\omega$  vyjadřuje rychlost, kterou se otáčí úsečka proti směru hodinových ručiček. Úhlová rychlost má jednotku radián (není v soustavě SI) nebo můžeme psát 1/s.

Průběh proudu v časovém vyjádření (funkce):  $i = I_m \sin \omega t$

Okamžitá hodnota proudu  $i_1$  v čase  $t_1$ :  $i_1 = I_m \sin \omega t_1$

- převod mezi stupni a radiány



$$\alpha_S = \frac{180}{\pi} * \alpha_{rad}$$

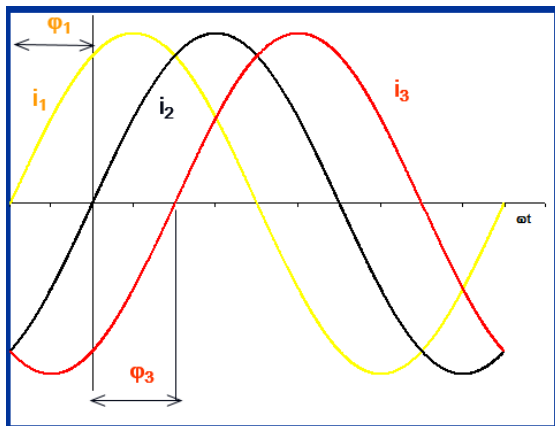
$$\alpha_{rad} = \frac{\pi}{180} * \alpha_S$$

- perioda
  - označuje ve fyzice fyzikální veličinu, která udává dobu trvání jednoho opakování periodického děje. Perioda tedy označuje dobu potřebnou k tomu, aby se systém dostal zpět do výchozího stavu.
- frekvence
  - je fyzikální veličina, která udává počet opakování periodického děje za daný časový úsek. Jednotka hertz (Hz)

$$f = \frac{1}{T}$$

- fázový posun
 

fázový posun  $\varphi$  – posun začátku průběhu funkce vůči počátku souřadné soustavy.



Obecný zápis časového průběhu proudu

$$i = I_m \sin (\omega t \pm \varphi)$$

$i_2$  – průběh proudu prochází počátkem os  
 $\Rightarrow$  fázový posun  $\varphi_2$  je nulový

$$i_2 = I_{2m} \sin \omega t$$

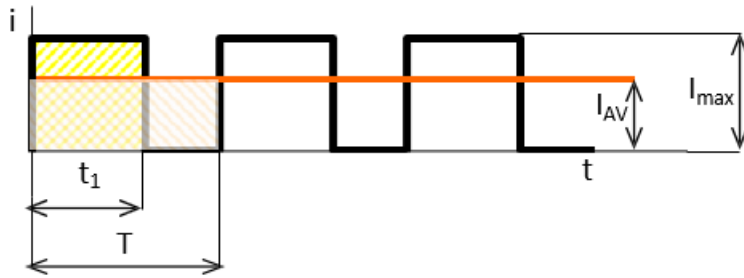
$i_1$  – průběh proudu předbíhá počátek os  
 $\Rightarrow$  fázový posun  $\varphi_1$  je kladný

$$i_1 = I_{1m} \sin (\omega t + \varphi_1)$$

$i_3$  – průběh proudu je opožděn za počátkem os  
 $\Rightarrow$  fázový posun  $\varphi_3$  je záporný

$$i_3 = I_{3m} \sin (\omega t - \varphi_3)$$

- střední hodnota harmonické veličiny, definice, velikost vůči maximální hodnotě



Definice střední hodnoty:

- Střední hodnota časově proměnného průběhu proudu se rovná ustálené hodnotě stejnosměrného proudu, který za stejný čas přenesl stejný náboj jako uvažovaný, časově proměnný průběh (Je to hodnota ss proudu, který má stejné chemické účinky, jako dvojnásobně usměrněný stříd. proud.)
- Střední hodnota je udávána pro elektrická zařízení ve stejnosměrných obvodech a střední hodnotu ukazují ampérmetry a voltmetry na stejnosměrném rozsahu.

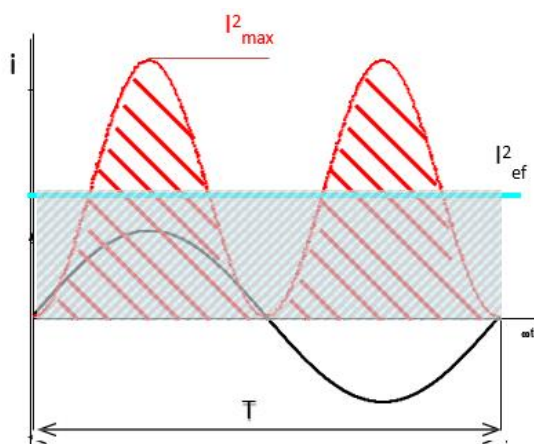
$$I_{AV} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m$$

Střední hodnota harmonického průběhu je 63,7% amplitudy

- efektivní hodnota harmonické veličiny, definice, velikost vůči maximální hodnotě
  - Efektivní hodnota má obdobný význam jako střední hodnota, opět převádíme obecný průběh na hodnotu ustáleného stejnosměrného proudu.
  - Pro efektivní hodnotu je kritériem stejná vykonaná práce.
  - Efektivní hodnotu ukazují ampérmetry a voltmetry na střídavém rozsahu.

Definice efektivní hodnoty:

- Efektivní hodnota je taková myšlená hodnota stejnosměrného proudu, který vyvolává za stejných podmínek stejné tepelné účinky jako uvažovaný střídavý proud.

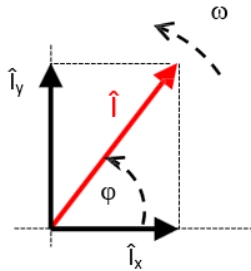
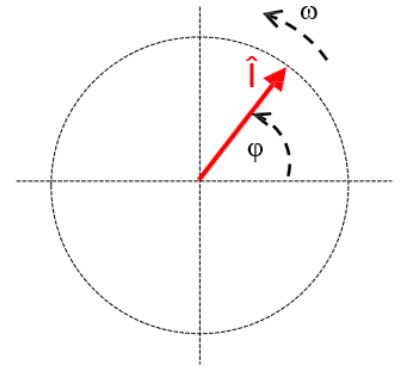


velikost vůči maximální hodnotě:  $I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

Daný vztah platí pouze pro harmonický průběh proudu (napětí)!

## Fázory

- Velikost (délka) fázoru je dána amplitudou harmonického průběhu. Fázor se otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$  proti směru hodinových ručiček. Fázor lze v libovolném čase zastavit, v daném okamžiku je natočen od osy x o úhel  $\varphi$ .
- Čím je fázor definován
  - délkou úsečky – maximální velikostí napětí (proudu)
  - úhlem, který svírá úsečka s osou x.
- zakreslení fázoru do souřadnicových os



- vyjádření velikosti složek a absolutní hodnoty fázoru  
Fázor lze rozložit na složky do osy x a y
  - $\hat{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{I}}_x + \hat{\mathbf{I}}_y$Vyjádřete velikost složky  $I_x$  a  $I_y$   
 $I_x = I \cdot \cos \varphi$     $I_y = I \cdot \sin \varphi$   
kde  $I$  je velikost fázoru  $\hat{\mathbf{I}}$

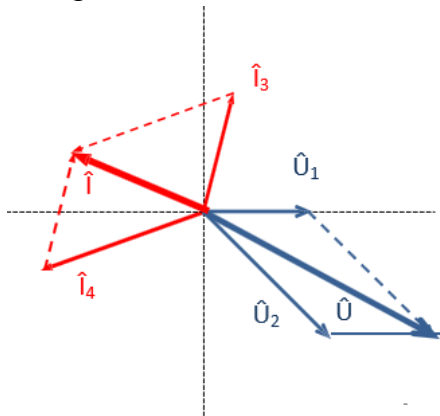
$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

absolutní hodnoty fázoru:

$$|U| = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$$

$$|I| = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

- grafické a matematické sčítání fázorů  
grafické:



- a) součet fázorů napětí – začátek fázoru  $\hat{U}_2$  přesuneme na konec fázoru  $\hat{U}_1$ . Při přesunu se nesmí změnit velikost ani směr fázoru. To samé uděláme s fázorem  $\hat{U}$
- b) obdobně se provede součet proudů

Matematické:

$$\hat{U}_1: U_1 = 30 \text{ V}, \varphi_1 = 0$$

$$\hat{I}_3: I_3 = 10 \text{ mA}, \varphi_3 = 75^\circ$$

$$\hat{U}_2: U_2 = 50 \text{ V}, \varphi_2 = -45^\circ$$

$$\hat{I}_4: I_4 = 15 \text{ mA}, \varphi_4 = 200^\circ$$

Uřídíme složky fázoru  $\hat{U}_1$  ( $U_{1x}$  a  $U_{1y}$ ),  $\hat{U}_2$  ( $U_{2x}$  a  $U_{2y}$ )

$$U_{1x} = U_1 * \cos \varphi_1 = 30 * 1 = 30 \text{ V}$$

$$U_{1y} = U_1 * \sin \varphi_1 = 30 * 0 = 0 \text{ V}$$

$$U_{2x} = U_2 * \cos \varphi_2 = 50 * 0,707 = 35,36 \text{ V}$$

$$U_{2y} = U_2 * \sin \varphi_2 = 50 * (-0,707) = -35,36 \text{ V}$$

Uřídíme složky fázoru  $\hat{I}_3$  ( $I_{3x}$  a  $I_{3y}$ ),  $\hat{I}_4$  ( $I_{4x}$  a  $I_{4y}$ )

$$I_{3x} = I_3 * \cos \varphi_3 = 10 * 0,259 = 2,59 \text{ mA}$$

$$I_{3y} = I_3 * \sin \varphi_3 = 10 * 0,966 = 9,66 \text{ mA}$$

$$I_{4x} = I_4 * \cos \varphi_4 = 15 * (-0,940) = -14,10 \text{ mA}$$

$$I_{4y} = I_4 * \sin \varphi_4 = 15 * (-0,342) = -5,13 \text{ mA}$$

Provedeme součet složek napětí –  $U_x$  a  $U_y$

$$U_x = U_{1x} + U_{2x} = 30 + 35,36 = 65,36 \text{ V}$$

$$U_y = U_{1y} + U_{2y} = 0 + (-35,36) = -35,36 \text{ V}$$

Uřídíme součet složek proudů –  $I_x$  a  $I_y$

$$I_x = I_{3x} + I_{4x} = 2,59 + (-14,1) = -11,51 \text{ mA}$$

$$I_y = I_{3y} + I_{4y} = 9,66 + (-5,13) = 4,53 \text{ mA}$$

Zápis fázoru napětí a proudu –  $\hat{U}$  a  $\hat{I}$

$$\hat{U} = \hat{U}_x + \hat{U}_y = 65,36_x - 35,36_y$$

$$\hat{I} = \hat{I}_x + \hat{I}_y = -11,51_x + 4,53_y$$

Výpočet absolutní hodnoty  $U$  a  $I$  a celkového fázového posunu:

$$|U| = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = \sqrt{65,36^2 + (-35,36)^2} = 74,31 \text{ V}$$

$$\cos \varphi_U = \frac{U_x}{|U|} = \frac{65,36}{74,3} = 0,88 \Rightarrow \varphi_U = 28,36^\circ$$

$$|I| = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{(-11,51)^2 + 4,53^2} = 12,37 \text{ mA}$$

$$\cos \varphi_I = \frac{I_x}{|I|} = \frac{-11,51}{12,37} = -0,93 \Rightarrow \varphi_I = 112,95^\circ$$

- zápis fázoru pomocí komplexních čísel – algebraický, goniometrický, exponenciální tvar

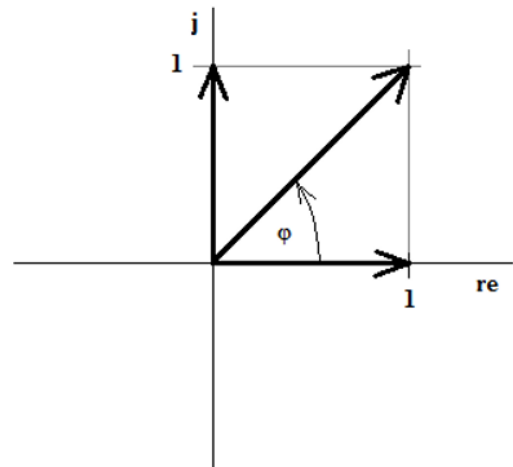
Tvary komplexního čísla:

**Algebraický tvar:**

$$\hat{Z} = a + jb$$

$$\hat{Z} = 1 + j1 \Omega$$

- Rozkládá se:
  - na reálnou část s hodnotou 1
  - na imaginární část j s hodnotou 1



**Goniometrický tvar:**

$$\hat{Z} = |\hat{Z}| \cdot (\cos\phi + j \sin\phi)$$

$$\hat{Z} = \sqrt{2} \cdot (\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ)$$

**Exponenciální tvar:**

$$\hat{Z} = |\hat{Z}| \cdot e^{j\phi} \quad \text{kde } \cos\phi = a/|\hat{Z}| \text{ nebo } \sin\phi = b/|\hat{Z}|$$

$$\hat{Z} = \sqrt{2} \cdot e^{j45^\circ}$$

Výkon střídavého proudu

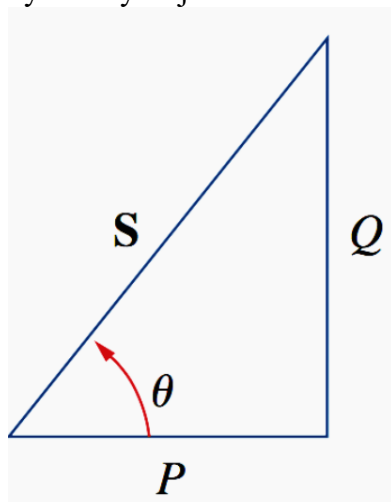
- výkon činný, jalový zdánlivý

Jalový výkon -  $Q = U \cdot I \cdot \sin\phi$  (var)

Zdánlivý výkon -  $S = U \cdot I$  (VA; V, A)

Činný výkon -  $P = U \cdot I \cdot \cos\phi$  (W)

- výkonový trojúhelník



- účinník
- Účinník je kosinus vzájemného posunu mezi proudem a napětím elektrického obvodu s harmonickými průběhy střídavých proudů a napětí či periodickými průběhy o jednotlivých harmonických složkách proudů a napětí. Účinník je poměrem činného a zdánlivého elektrického výkonu v obvodu střídavého proudu a napětí, vyjadřuje, jak velkou část zdánlivého výkonu přeměňuje obvod na činný výkon, tj. na součet užitečného výkonu a ztrát.